



Subiectul I. Rădăcinile unui castan		Parțial	Punctaj
<b>Barem subiectul I</b>			<b>10</b>
a.	Aria suprafeței terenului $A$ este: $A = L\ell$ unde: $L$ este lungimea terenului, iar $\ell$ este lungimea terenului.	0,25	3
	Între dimensiunile liniare ale terenului poate fi scrisă relația: $\ell = nL$	0,20	
	Efectuând calculele obținem: $L^2 = \frac{A}{n}$	0,20	
	Numărul maxim de rânduri plantate cu puiți de castan, $N_1$ , se poate calcula din relația: $N_1 = \frac{\ell}{a} + 1 = \frac{\ell + a}{a}$	0,25	
	Deci: $N_1 = 9$	0,20	
	Numărul maxim de puiți de castani plantați pe un rând, $N_2$ , se poate calcula din relația: $N_2 = \frac{L}{b} + 1 = \frac{L + b}{b}$	0,25	
	Deci: $N_2 = 11$	0,20	
	Numărul maxim de puiți de castan, $N$ , plantați pe terenul cu aria suprafeței $A$ este: $N = N_1 N_2$	0,25	
	Rezultă: $N = 99$	0,20	
	Durata medie pentru „săpare gropilor”, $\Delta t_3$ , pe terenul cu aria suprafeței $A$ este: $\Delta t_3 = N \Delta t_1$	0,20	
	Durata medie pentru plantarea numărului maxim de puiți de castan, $\Delta t_4$ , pe terenul cu aria suprafeței $A$ este: $\Delta t_4 = N \Delta t_2$	0,20	
	Durata medie pentru plantarea pe terenul experimental a numărului maxim de puiți de castan este: $\Delta t = \Delta t_3 + \Delta t_4$	0,20	
	sau: $\Delta t = N(\Delta t_1 + \Delta t_2)$	0,20	
Rezultă: $\Delta t = 89100 \text{ s}$	0,20		
b.	Volumul corpului paralelipipedic este: $V_0 = 8 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 160 \text{ cm}^3$	0,25	3
	Densitatea paralelipipedului drept este: $\rho_0 = \frac{m_0}{V_0}$	0,25	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Numeric:	$\rho_0 = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	0,25		
Eroarea relativă la măsurarea dimensiunii liniare de $L_0 = 8 \text{ cm}$ este:	$\varepsilon_{L_0} = \frac{\Delta L_0}{L_0} = \frac{0,5 \text{ mm}}{8 \text{ cm}} = \frac{0,5 \text{ mm}}{80 \text{ mm}}$	0,25		
Numeric:	$\varepsilon_{L_0} = 0,625 \%$	0,20		
Eroarea relativă la măsurarea dimensiunii liniare de $\ell_0 = 5 \text{ cm}$ este:	$\varepsilon_{\ell_0} = \frac{\Delta \ell_0}{\ell_0} = \frac{0,5 \text{ mm}}{5 \text{ cm}} = \frac{0,5 \text{ mm}}{50 \text{ mm}}$	0,25		
Numeric:	$\varepsilon_{\ell_0} = 1 \%$	0,20		
Eroarea relativă la măsurarea dimensiunii liniare de $h_0 = 4 \text{ cm}$ este:	$\varepsilon_{h_0} = \frac{\Delta h_0}{h_0} = \frac{0,5 \text{ mm}}{4 \text{ cm}} = \frac{0,5 \text{ mm}}{40 \text{ mm}}$	0,25		
Numeric:	$\varepsilon_{h_0} = 1,25\%$	0,20		
Eroarea relativă la măsurarea masei $m_0 = 128 \text{ g}$ este:	$\varepsilon_{m_0} = \frac{\Delta m_0}{m_0} = \frac{1 \text{ g}}{128 \text{ g}}$	0,25		
Numeric:	$\varepsilon_{m_0} = 0,78 \%$	0,20		
Eroarea relativă corespunzătoare densității corpului paralelipipedic se calculează din relația:	$\varepsilon_{\rho_0} = \varepsilon_{m_0} + \varepsilon_{L_0} + \varepsilon_{\ell_0} + \varepsilon_{h_0}$	0,25		
Numeric:	$\varepsilon_{\rho_0} = 0,78 \% + 0,625 \% + 1 \% + 1,25 \% = 3,655 \%$	0,20		
c.	Densitatea medie a rădăcinilor castanului, $\rho$ , este:	$\rho = \frac{M''}{V}$	0,20	3
	unde $M''$ reprezintă masa rădăcinilor castanului:	$M'' = (1 - f_1)M$	0,20	
	iar $V$ este volumul rădăcinilor castanului:	$V = S\Delta h$	0,20	
	Rezultă:	$\rho = \frac{(1 - f_1)M}{S\Delta h}$	0,20	
	Numeric:	$\rho = 600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	0,20	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Rădăcinile cu diametrul mediu $d_1$ au masa: $M_1 = f_2 M''$	0,25	
și volumul: $V_1 = \pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 \ell_1$	0,25	
Rădăcinile cu diametrul mediu $d_2$ au masa: $M_2 = (1 - f_2) M''$	0,25	
și volumul: $V_2 = \pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 \ell_2$	0,25	
Dar: $\frac{M_1}{V_1} = \frac{M_2}{V_2} = \frac{M_1 + M_2}{V_1 + V_2} = \frac{M''}{V}$	0,25	
Lungimea rădăcinilor castanului este: $\ell_{\text{totală}} = \ell_1 + \ell_2$	0,25	
Efectuând calculele ajungem la relația: $\ell_{\text{totală}} = \frac{4}{\pi} \left( \frac{f_2}{d_1^2} + \frac{1 - f_2}{d_2^2} \right) S \Delta h$	0,25	
Numeric: $\ell_{\text{totală}} \cong 3047 \div 3049 \text{ m}$	0,25	
Oficiu		<b>1</b>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



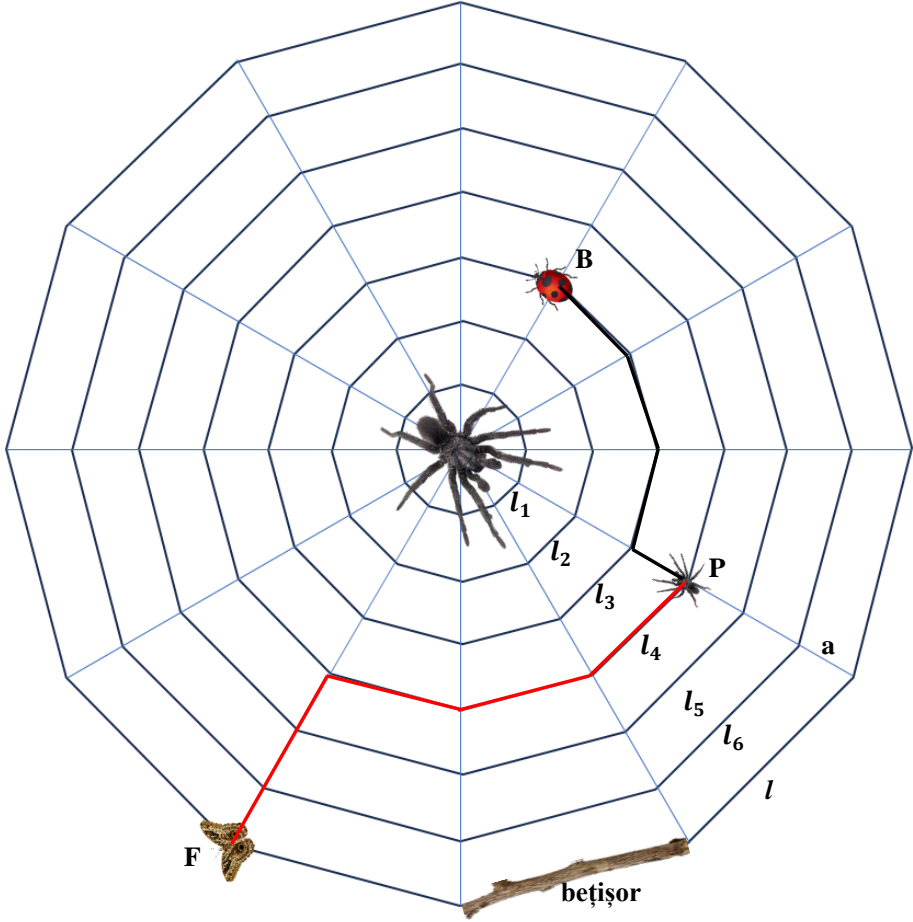
Subiectul II. Irigarea prin picurare		Parțial	Punctaj
Barem subiectul II			10
a.	Din reprezentarea grafică prezentată în Figura 2.2: $\ell_2 = 50 \text{ cm}$	1,00	4
	Pentru intervalul de timp: $\Delta t_1 = 5 \text{ min} - 0 \text{ min} = 5 \text{ min}$	0,25	
	Viteza cu care crește nivelul apei în rezervor se calculează din relația: $v_1 = \frac{h_1}{\Delta t_1}$ unde: $h_1 = 50 \text{ cm}$ .	0,25	
	Numeric: $v_1 = 10 \frac{\text{cm}}{\text{min}}$	0,25	
	Pentru intervalul de timp: $\Delta t_2 = 11 \text{ min} - 5 \text{ min} = 6 \text{ min}$	0,25	
	Viteza cu care crește nivelul apei în rezervor se calculează din relația: $v_2 = \frac{h_2 - h_1}{\Delta t_2}$ unde: $h_2 = 95 \text{ cm}$ .	0,25	
	Numeric: $v_2 = 7,5 \frac{\text{cm}}{\text{min}}$	0,25	
	Volumul apei din rezervor în intervalul de timp $\Delta t_2$ este: $V = D_V \Delta t_2$	0,25	
	Sau: $V = \ell_1^2 (h_2 - h_1)$	0,50	
	Deci: $D_V \Delta t_2 = \ell_1^2 (h_2 - h_1)$	0,25	
	Rezultă: $D_V = \frac{\ell_1^2 (h_2 - h_1)}{\Delta t_2}$	0,25	
	Numeric: $D_V = 75 \frac{\text{L}}{\text{min}}$	0,25	
	b.	Densitatea soluției este: $\rho_{\text{soluție}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$	
unde: $m_1 = \rho_1 V_1; V_1 = \ell_2^3$		0,25	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

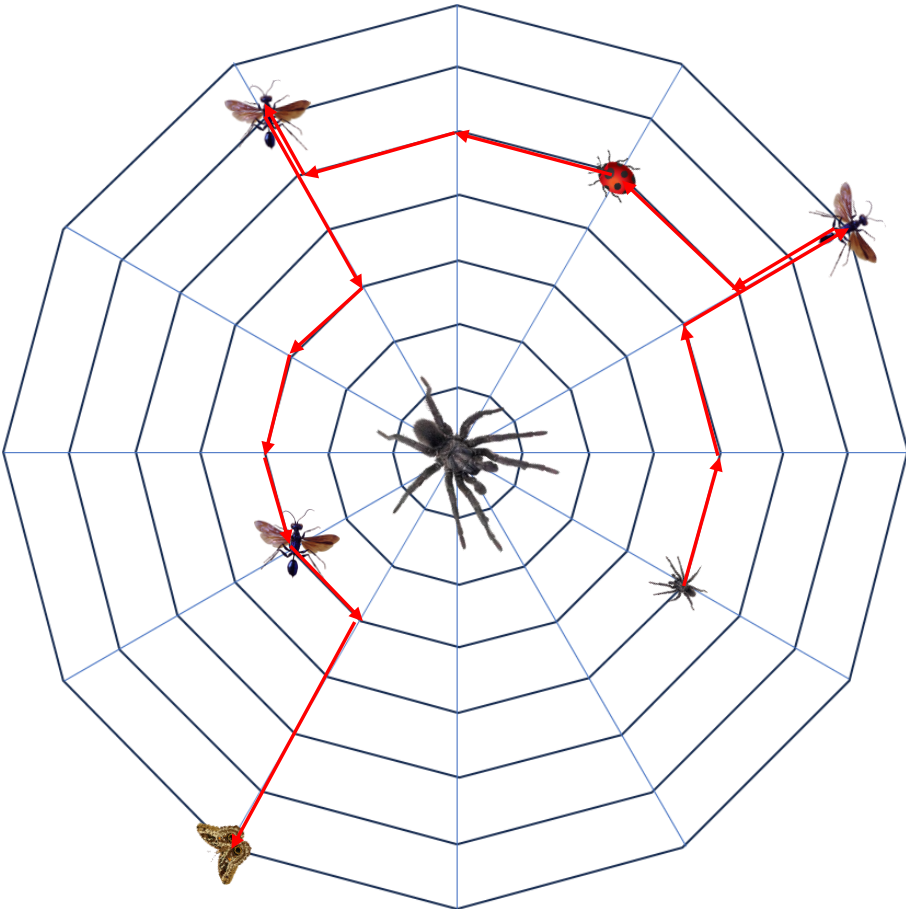


	și: $m_2 = \rho_2 V_2; V_2 = \ell_1^2 h_2 - \ell_2^3$	0,25	
	Efectuând calculele obținem relația: $\rho_{\text{soluție}} = \frac{\rho_1 \ell_2^3 + \rho_2 (\ell_1^2 h_2 - \ell_2^3)}{\ell_1^2 h_2}$	0,50	
	Numeric: $\rho_{\text{soluție}} = 1026,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	0,50	
c.	Volumul soluției obținute este: $V_{\text{soluție}} = \ell_1^2 h_2$	0,50	3
	Numeric: $V_{\text{soluție}} = 950 \text{ L}$	0,50	
	Volumul soluției poate fi scris și sub forma: $V_{\text{soluție}} = 2ND_{v1}\Delta\tau$ unde $\Delta\tau$ reprezintă intervalul de timp în care în care se golește bazinul prin sistemul de picurare.	1,00	
	Rezultă: $\Delta\tau = \frac{V_{\text{soluție}}}{2ND_{v1}}$	0,75	
	Numeric: $\Delta\tau \cong 98,96 \text{ min}$	0,25	
	Oficiu		

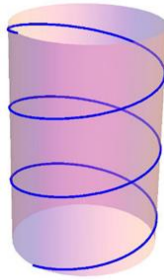
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiectul III. Micul paing	Parțial	Punctaj
Barem subiectul III		10
<p>Drumul pentru care durata este minimă în fiecare caz (fluturaș sau buburuză) este figurat în desenul de mai jos.</p> <p>Notez lungimea unei laturi a poligonului cel mai mic cu <math>l_1</math> și în continuare <math>l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, l_7 = l</math>.</p>  <p>a.</p>	1,00	3,5
<p>Intervalul de timp pentru drumul stabilit către fluturaș se exprimă:</p> $t_F = \frac{3l_4 + 2a}{v_1} + \frac{a}{v_2}$ <p>Unde:</p> $v_2 = \frac{v_1}{2}$	0,75	
<p>Intervalul de timp pentru drumul stabilit către buburuză se exprimă:</p> $t_B = \frac{2l_3 + a}{v_1} + \frac{l_3}{v_2}$	0,75	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	Măsurând laturile poligoanelor se găsește că: $l_1 \cong \frac{l}{7}; l_2 \cong 2\frac{l}{7}; l_3 \cong 3\frac{l}{7}; l_4 \cong 4\frac{l}{7}; l_5 \cong 5\frac{l}{7}; l_6 \cong 6\frac{l}{7}$	0,50	
	Numeric: Se acceptă valori ale lui $t_F$ cuprinse în intervalul [50 s; 51s ] Se acceptă valori ale lui $t_B$ cuprinse în intervalul [35 s; 36s ]	0,50	
b.	Drumul parcurs în timpul minim conform cerințelor este cel figurat în imaginea de mai jos. 	2,00	2,5
	Lungimea traiectoriei este: $d = 2l_4 + 3a + 2a + 3l_5 + a + 3a + 3l_3 + l_3 + 4a$	0,25	
	Numeric: Se acceptă valori ale lui $d$ cuprinse în intervalul [153 cm; 154 cm]	0,25	
c.	În cazul buburuzei, timpul în care aceasta parcurge latura poligonului este: $t_b = \frac{l_5}{v_b}$	0,50	1,5

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	Pentru a ajunge buburuza, micul păianjen trebuie să parcurgă distanța până la ea în timpul: $t_b = \frac{4l_4}{v} + \frac{a}{\frac{v}{2}} = \frac{4l_4 + 2a}{v}$	0,50	
	Se obține astfel: $v = \frac{v_b}{l_5} (4l_4 + 2a)$	0,25	
	Numeric: $v \cong 1,98 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$	0,25	
d.	Mama păianjen se deplasează la înălțimea: $h = v_p T$ unde $T$ este timpul în care micul păianjen descrie 7 cercuri.	0,25	1,5
	Acest timp este: $T = \frac{7 \cdot l_{\text{cerc}}}{v_1} = \frac{7(2\pi a)}{v_1}$	0,25	
	Se obține: $h = v_p \frac{14\pi a}{v_1}$	0,25	
	Numeric: $h \cong 427,29 \text{ cm}$	0,25	
	Traectoria micului păianjen față de mama sa este un cerc deplasat față de planul orizontal. În timp ce micul păianjen descrie un cerc, mama sa urcă cu o distanță $h_1$ , apoi mișcarea se reia. În raport cu mama lui, păianjenul se rotește și în același timp se îndepărtează, descriind o spirală (elice).		
Oficiu			1

Barem propus de:

Prof. Corina DOBRESU, Colegiul Național de Informatică „Tudor Vianu” – București,

Prof. Ion BĂRARU, Colegiul Național „Mircea cel Bătrân” – Constanța,

Prof. Florin MĂCEȘANU, Școala Gimnazială „Ștefan cel Mare” – Alexandria,

Prof. Dr. Gabriel FLORIAN, Colegiul Național „Carol I” – Craiova

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.